

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – settembre 2022**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{-x^2 + 6x - 5}$$

Dominio	$E = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty) \setminus \{1, 5\}$
Positività	$P = (1, 2) \cup (3, 5)$
Intersezioni	$A(0; -\sqrt{6}/5) \quad B(2; 0) \quad C(3; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x + 4} - \sqrt{9x^2 - 3x + 5})$  e  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \cdot e^{x^2 - 4} - 2}{x^3 - 8}$

Soluzioni	5/6; 3/4
-----------	----------

**Domanda 3 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 16}{x}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 16}{x \cdot (x^2 + 16)} \quad E = (0, +\infty)$
Estremi	$m(4; \log 8) \quad \text{cresce in } (4, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 3\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{3(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{6x \cdot (3 - x^2)}{(x^2 + 1)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(0; 1); \quad F_2(-\sqrt{3}; 1 + 3\sqrt{3}/4); \quad F_3(\sqrt{3}; 1 - 3\sqrt{3}/4)$ convessa in $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 4x - 2}{x^2 - 6x + 8}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$
As. verticali	$x = 2 \text{ e } x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x + 27$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*, 4\*\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \frac{2x-3}{4x+3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log(4x+5) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{2}x - \frac{9}{8}\log(4x+3)$ $\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\log\left(\frac{7}{3}\right) \approx -0,4532$
Integrale indefinito	$\left(x + \frac{5}{4}\right) \cdot \log(4x+5) - x + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*, 4\*\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + y + k \cdot z = 3 \\ x + k \cdot y + 2z = -1 \\ -2x + y - 4z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1/2; 4$ : incompatibile $k \neq -1/2; 4$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{3k^2 + 13k + 4}{-2k^2 + 7k + 4}; y = \frac{1}{2k + 1}; z = \frac{4(3k + 1)}{2k^2 - 7k - 4}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*, 6\*\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 2x^2 + 3x \cdot y + x + y^2 - 4y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 4x + y = 1$ .

Derivate parziali	$f_x = 4x + 3y + 1 \quad f_y = 3x + 2y - 4$
Estremi liberi	$S(14; -19) \quad z = 46 \quad H = -1$
Estremi vincolati	$m(-1; 5) \quad \lambda = 3 \quad z = -8$ $H = -12$

**Domande teoriche.**

- 1) Legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 2) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 3) Il teorema fondamentale del calcolo integrale: enunciato e conseguenze (punti 2, 4\*, 4\*\*)

*Punteggi esercizi solo II parte con I parte svolta a gennaio/giugno contrassegnati con \* (solo II parte dopo prova intermedia di novembre con \*\*).*